Condição para autovalores < 1 em módulo (a menos de um)

Seja $(X_n) \sim \mathrm{CM}(\mu, \mathbf{P})$ em $\mathcal{S}$ finito, e suponha que exista $n \geq 1$ tal que $P^{(n)}(x,y) > 0$ para todo $x, y \in \mathcal{S}$.

Podemos verificar que, nesse caso, para cada autovetor ν não identicamente constante de $\mathbf{P}$, o autovalor λ associado a ν satisfaz $|\lambda| < 1$, seguindo os passos a seguir.

(i) Basta tratar do caso em que $n = 1$, já que se ν for um autovetor de $\mathbf{P}$ associado ao autovalor λ, então ν é também um autovetor de $\mathbf{P}^n$, associado ao autovalor λ^n.

(ii) Para todo $x \in \mathcal{S}$: $|\lambda||\nu_x| \leq \sum_{y \in \mathcal{S}} P(x,y)|\nu_y| < \max_{y \in \mathcal{S}} |\nu_y| =: M > 0$.

(iii) Logo, $|\lambda| M < M$, e $|\lambda| < 1$.

Observação. Lembre que $\lambda = 1$ é sempre autovalor de qualquer matriz estocástica $\mathbf{P}$, com autovetor associado constante.